

## Kräfte und son Shit

**Relativgeschwindigkeit:**

*v*<sub>b</sub> = *v*<sub>a</sub> + *v*<sub>a→b</sub>

Dabei ist *v*<sub>b</sub> die Geschwindigkeit im Bezugssystem b und *v*<sub>a</sub> im Bezugssystem a und *v*<sub>a→b</sub> die BEschwindigkeit der Beiden Bezugssysteme zueinander.

**Geschwindigkeit:**

*v*(*t*) = *at* + *v*<sub>0</sub>

**Ort:**

*x*(*t*) = 1⁄2 *a**t*<sup>2</sup> + *v*<sub>0</sub>*t* + *x*<sub>0</sub>

**Geschwindigkeit nach Gewisser Verschiebung:**

*v*<sub>1</sub><sup>2</sup> = *v*<sub>0</sub><sup>2</sup> + 2*a*Δ*x*

**Zentripetalbeschleunigung:**

*ä*<sub>z</sub> = −1⁄ṽ *e**r*

**Radialgeschwindigkeit:**

*v* = 2πl⁄*T*

*r*- Radius und *T* die Umlaufzeit.

**Tangential und Normalbeschleunigung:**

*ä*<sub>n</sub> = ṽ<sup>2</sup>⁄*r* *n*,  *ä*<sub>t</sub> = *v*̇

**Kraft**

*F* = *m**ä* = ṗ

**Actio gleich Reactio:**

*F*<sub>12</sub> = −*F*<sub>21</sub>

Die Newton'schen Axiome gelten nur in Inertialsystemen. Jedes Bezugssystem, das sich mit kon- stanter Geschwindigkeit gegenüber einem Inertialsystem bewegt, ist selbst ein Inertialsystem. Jedes Bezugssystem, das gegenüber einem Inertialsystem beschleunigt wird, ist selbst kein Inertialsystem. Die Erdoberfläche ist in guter Näherung ein Inertialsystem.

**Hebelgesetz**

*l*<sub>1</sub> *m*<sub>1</sub> *g* = *l*<sub>2</sub> *m*<sub>2</sub> *g*

**Zentripetalkraft:**

*F*<sub>z</sub> = − ṽ<sup>2</sup>⁄*r* *e**r* = *m* · *ω*<sup>2</sup> · *r*

**Reibungskraft:**

|*F*<sub>R</sub>| = μ|*F*<sub>N</sub>|

Dabei ist *F*<sub>N</sub> die Normalkraft auf die fläche und μ Reibuns- koeffizient.

**Federkraft:**

*F*(Δ*x*) = −*k*Δ*x*, *k* = Federkonstante

**Gravitationskraft:**

*F*<sub>G</sub> = *G* ·  *m*<sub>1</sub>*m*<sub>2</sub>⁄*r*<sup>2</sup>  *e**r*

**Rückstoßkraft(näherung)** (auslaufenbdes Fass bsp.):

*F**r**ü**c* = *m*̇ · *v*

## Arbeit/Energie

**Arbeit (allg):**

*W* = ∫*v*<sub>1</sub><sup>2</sup> *d**F*⋅*d**r*

**Leistung:**

*P* = ∂*W* ⁄∂*t* = *F* · *v*

**Kineatische Energie:**

*E*<sub>kin</sub> = 1⁄2 *m**v*<sup>2</sup>

Zusammenhang:

*W* = Δ*E*<sub>kin</sub>

**Konservative Kräfte:**

Arbeit entlang eines geschlossenen Weges verschwindet ∮*F*⋅*d**r* = 0

(*rot*(*F*) = ∇×*F* = 0

**Potentielle Energie:**

*F* = −*N**E*<sub>pot</sub>(*r*) *dE*<sub>pot</sub> = −*F* · *d**s*

*E*<sub>pot</sub> = *mgh*,   *E*<sub>pot</sub> = *G* ·  *m*<sub>1</sub>*m*<sub>2</sub>⁄*r* 

**Federenergie:**

*F**f* = 1⁄2 *k**x*<sup>2</sup>

**Mechanische Energie**

*E**mech* = *E*<sub>kin</sub> + *E*<sub>pot</sub>

Dieser ist erhalten, wenn keine äußeren Kräfte, und alle innere Konservativ sind.

## Impuls

*p* = *m* · *v*

**Kinetische Energie damit:**

*E*<sub>kin</sub> =  *p* <sup>2</sup>⁄2 *m*

**Inelastischer Stoß:**

Nur der Gesamtimpuls ist erhalten!

Bei einem vollständig inelastischen Stoß bleiben die beiden Stoßpartner aneinanderhaften und bewegen sich gemeinsam mit der Endgeschwindigkeit *v*E in die gleiche Richtung:

*m*<sub>1</sub> *v*<sub>1</sub> + *m*<sub>2</sub> *v*<sub>2</sub> = (*m*<sub>1</sub> + *m*<sub>2</sub>) *v*<sub>E</sub>

**Elastischer Stoß:**

Gesamtimpuls und Gesamtenergie ist erhalten.

Ein Stoß zwischen zwei Partnern heißt elastisch, wenn die Summe der kinetischen Ener- gien der beiden Stoßpartner vor und nach dem Stoß gleich ist. Es gilt

*m*<sub>1</sub> *v*<sub>1</sub> + *m*<sub>2</sub> *v*<sub>2</sub> = *m*<sub>1</sub> *v*<sub>1</sub><sup>1′</sup> + *m*<sub>2</sub> *v*<sub>2</sub><sup>1′</sup>

1⁄2 *m*<sub>1</sub> *v*<sub>1</sub><sup>2</sup> + 1⁄2 *m*<sub>2</sub> *v*<sub>2</sub><sup>2</sup> = 1⁄2 *m*<sub>1</sub> *v*<sub>1</sub><sup>2</sup><sup>1′</sup> + 1⁄2 *m*<sub>2</sub> *v*<sub>2</sub><sup>2</sup><sup>1′</sup>

Wenn kollinear:

→ *v*<sub>1</sub><sup>1′</sup> =  *m* (*v*<sub>1</sub> (*m*<sub>1</sub> − *m*<sub>2</sub>) + 2*m*<sub>2</sub>*v*<sub>2</sub>) → *v*<sub>2</sub><sup>1′</sup> =  *m* (*v*<sub>2</sub> (*m*<sub>2</sub> − *m*<sub>1</sub>) + 2*m*<sub>1</sub> *v*<sub>1</sub>)

**Impulsübertrag:**

Impulsübertrag bei Stoß nur senkrecht.

Und sie gelten Vektoriell, also v.a. kann mans komponentenweise betrachten! **Eindimensionaler Stoß, wenn K2 in Ruhe:**

 *v*<sub>1</sub>  =  *m*<sub>1</sub> − *m*<sub>2</sub>  *v*<sub>1</sub> 

 *v*<sub>2</sub>  =  *2**m*<sub>1</sub>  *v*<sub>1</sub> 

**Relativgeschwindigkeiten:**

Bei einem elastischen Stoß ist die Geschwindigkeit, mit der sich die Stoßpartner nach dem Stoß voneinander entfernen, genauso groß wie die Geschwindigkeit, mit der sie sich vor dem Stoß einander genähert haben.

### Mehrteilchendinge

**Massenmittelpunkt:**

 *r*<sub>S</sub>  =  *m*  *∑*<sub>*i*</sub> *m*<sub>*i*</sub>  *r*<sub>*i*</sub> 

Dieser Bewegt sich ohne äußere Kräfte nicht!

 *r*<sub>S</sub>  =  *M*  *∫* *r*  *d**m*

**Gesamtimpuls:**

*P* = *M**v*<sub>S</sub>

Wenn die resultierende Kraft aus ein System null ist, bleibt der Gesamtimpuls erhalten.

**Kräfte Merhteilchensystem:**

innere: *∑*<sub>*i*</sub> *F*<sub>*i*</sub> = 0

**Kinetische Energie(Merhteilchensystem):**

*E*<sub>kin</sub> =  1⁄2 *m*<sub>S</sub><sup>2</sup> + *E**rel*

**Schwerpunktsystem:**

Das Bezugssystem, das sich mit dem Massenmittelpunkt bewegt, wird Massenmittelpunktsys- tem oder Schwerpunktsystem genannt. Die Geschwindigkeit des Massenmittelpunkts und der Gesamtimpuls sind darin null.

**Transformation ins Schwerpunktsystem.**

 *v*<sub>1</sub>  =  *v*<sub>1</sub>  −  *v*<sub>S</sub> 

 *v*<sub>2</sub>  =  *v*<sub>2</sub>  −  *v*<sub>S</sub> 

## Kreisdinge

**Winklegschwindigkeit/ Beschleunigung:**

 *ω*  =  ∂*ϕ*  *v*  *R* ,    *α*  =  ∂*ω*  *a*<sub>r</sub>  *R* 

|*a*| = *R**ω*<sup>2</sup>

 *ω*  =  2π *v*<sub>r</sub>  *R* 

 *ω*  ×  *r*  =  *v*<sub>t</sub> 

**Ortvektor auf Kreis:**

 *r*(*t*)  = *R*  cos(*ω**t*) sin(*ω**t*)

**Tangentialbeschleunigung:**

*a**t* = *r**α*

**Normalbeschleunigung:**

*a**n* =  *v* <sup>2</sup> *r* 

**Trägheitsmoment:**

 *I*  =  ∫ *r* <sup>2</sup> *d**m* *A*  und *A* = *V*/*L*

**Steinerscher Satz:**

*I* = *I*<sub>S</sub> + *m*<sup>2</sup>, *m* = *V*/*ρ*

Trägheitmomente sind Additiv, aber nur bezüglich der gleichen Drehachse (also im zweifel steiner anwenden)

*m* gessammtmasse Körper und *l* abstand zu Massenmittelpunktsachse:

**Drehmoment:**

 *M*  =  *r*  ×  *F*  = *r**F* sin *ϕ*

 *M*  =  *ω* 

**Leistung:**

*P* = *M**ω*

**Externes Drehmoment:**

*M**ext* = *l**α*

**Schlupffreie Drehung:**

*v**r* = *ω*,   *a**r* = *r**α*

**rollen ohne gleichten:**

*v**s* = *r**ω*

**Drehimpuls:**

 *L*  =  *r*  ×  *p*  (= *r**m**v* = *m*<sup>2</sup>*ω*)

**Für symmterische achsenroation:**

 *L*  =  *I*  *ω* 

**Impulsatz:**

 *M*  *d**L* *dt* 

Sind die äußeren Drehmomente auf ein System Null, dann ist der Drehimpuls erhalten.

**Rotationsenergie:**

*E**rotl* =  1⁄2 *I* *ω* <sup>2</sup> =  *L* <sup>2</sup> *2* 

## Gas/Fluidinge

## Aufgaben von Zetteln

### 2.2 Aufzuch

**Ansätze:**

- Kräfte:  $F_g = m \cdot g$ ,  $F_N$  (Normalkraft).

- Bewegungsgleichung nach oben:  $F_N - F_g = m \cdot a \implies F_N = m \cdot (g + a)$ .

- Bewegungsgleichung nach unten:  $F_N - F_g = m \cdot (-a') \implies F_N = m \cdot (g - a')$ .

- Bewegungsgleichung:

$$F_N = m \cdot (g - a'') \implies a'' = g - \frac{F_N}{m}.$$

### 3.1 Flaschenzug

**Ansätze:**

→ Bewegungsgleichun aller Massen aufstellen, mithilfe der Summe aller wirkenden Kräfte (z.B. Seilkraft)

→ Dann überlegen wie Beschleunigungen der Massen zueinander stehen, z.B. über Überlegung der zurückgelegten Strecke. ( $a_1 = a_2$  oder  $a_1 = 2a_2$ )

→ Nach Seilkraft oder Beschleunigung umformen.

### Leistung 4.3

**Ansätze:**

- **Gegeben:** - Lokmasse  $M = 100t = 100 \cdot 10^3$  kg, Zeit  $t = 10s$ , Leistung  $P(t) = \frac{1\text{MW}}{10}$ .  $\cdot t = 10^5 \cdot t$ W.

- **(a) Geschwindigkeit und zurückgelegter Weg:** - Energie  $E = \int_0^{10} P(t) dt$

- Kinetische Energie:  $E = \frac{1}{2} Mv^2$

- Zurückgelegter Weg:  $s = \int_0^{10} v(t) dt$ .

- **(b) Geschwindigkeit mit angehängten Wagen:** - Gesamtmasse  $M_{ges}$

- Geschwindigkeit:  $v = \sqrt{\frac{2E}{M_{ges}}}$

### 5.2

Impulserhaltung im Ifersystem:

$$m_H \cdot v_H^U = m_F \cdot v_F^U$$

Dann relativgeschwindigkeit zum Fluss:

$$v_H^F = v_{rel} = v_H^U - v_F^U$$

### 5.3

→  $v_2^2 = v_0^2 + 2a\Delta s$

→  $E_{kin} = E_{span} \Rightarrow 0.5mv_x^2 = 0.5kd^2$

→ Statisch mit Kräffren:  $F = mg = -kd$

→  $v_{max}$  Errechnen mit Energieerhaltung!

### 6.2

→ Winkel mithilfe Geometrischer Überlegung:

$$\alpha_2 = \arcsin\left(\frac{b_1}{2R}\right)$$

→ Impulserhaltung bezüglich der Tangentialen Achse, impuls überträgt sich nur tangential und addiert sich nur vektoriell auf null!

### 6.3 Schuss auf Holzklotz

→ Über die gewonnenen Potentielle Energie ausrechnen wie schnell nach dem Stoß, dann damit und Impulserhaltung auf die Geschwindigkeit der Kugel schließen.

→ Mit der Energieerhaltung rechnen, dass  $E_{ges} = E_{kin}^{vorher} = E_{kin1} + E_{kin2} + E_{Waerme}$

### Bierdose 7.1

→ Problem auf eine Dimension begrenzen, dann Schwerpunkt von Dose und Schwerpunkt von Wasser addieren und durch gesamtmasse teilen.

→ Drehmomentsbilanz immer mit  $\vec{r} \times \vec{F}$

### 7.2 Mesch auf Leiter

→ Kräftegleichgewicht in jeder Dimension aufstellen.

→ Dann Drehmomentsbilanz bezüglich Drehachse.

### 8.1 Rollende Kugel

→ Betrachte Drehmoment bezüglich rotationspunkt(Auflagepunkt)

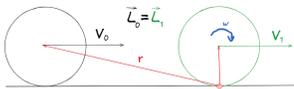
→ Nutze Bewegungsgleichung:  $ma = F_{abhäng} - F_{rot}$  wobei  $F_{rot}$  aus  $M = F_{rot} \cdot r = I\alpha_{rot}$  stammt.

→ Über Energie:  $E_{pot} = E_{trans} + E_{roll}$  Dann nach  $v^2$  umstellen, und dann

$$s = \frac{1}{2} at^2 \text{ mit } v = at \implies t = \frac{v}{a}$$
Daraus folgt:  $a = \frac{1}{2} \frac{v^2}{s}$

### 8.2 Billardkugel

→ Drehimpuls ist erhalten!



$\vec{r} \times \vec{p}_0 = I\omega_1$  Dabei ist  $I = I_s + mR^2$

### 8.3 Unwucht ansatz

→ Ansatz Drehimpuls ist additiv.  $L = L_1 + L_2$

Wenn die Rotation, nicht in gleicher Ebene Stattfindet (Hantel,HANTEL,)

→  $\vec{\omega} \times \vec{r} = \vec{v}_i$

→ Drank denken welche Vektoren Zeitabhängig sind etc.

### 9.1

→ Fluide stehen senkrecht zu ihr wirkenden Kraft.

### Venturi Rohr

→ Nutze  $A_1 v_1 = A_2 v_2$

→ Bernoulli:  $\rho v_1^2 + p_1 = \rho v_2^2$  mit  $\Delta p$  arbeiten und nach  $v_1$  umstellen

→ Dann  $\Delta p$  errechnen mit:  $mg = \Delta p A$  wobei  $m = \rho_2 A h$  ist.

### Auslaufendes Fass

→ Energie:  $E_{kin} + E_{pot} = E_{pot}(0) = constant$

→ Bernoulli:  $\rho gh = \frac{1}{2} \rho v_1^2$  damit Auslaufgeschwindigkeit.

bzw.  $p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$

→ Volumenstrom aus dem Fass:  $Q = A_1 \cdot v_1$

→ Volumenänderung:  $\frac{dV}{dt} = -Q$

→ Volumenänderung von Fass bzgl. Höhe:  $Q = A_{fass} \cdot h(t)$

→ DGL Lösen für h

→ Rückstoßkraft:  $F_{rueck} = \dot{m} \cdot v$  mit  $m = \rho Q = \rho V \frac{\pi d^2}{4}$

### 10.1 Gleichgewicht Auftrieb

→ Kräfte  $F_{Auftrieb} = F_{Gewicht}$

nutze Höhenformel:  $\rho = \rho_0 \exp\left(\frac{\Delta h}{h_T}\right)$  mit  $h_1 = \frac{\rho_0}{\rho_0 \cdot g}$

stabiles Gleichgewicht: Objekt returns to position after being moved labiles Gleichgewicht: Object does not return after slightest movement indifferent Gleichg: unbestimmt ob stabil/labil

Test: um distance x bewegen  $\cdot i$ ,  $m_b \cdot \ddot{x} = m_p \cdot g - V_p(H+x)g$

wird zu harmonx Oszillator wenn stabiles GG:  $\ddot{x} = -kx$

### 11.1.b)

Wasser  $w$  verdampft komplett durch die Hitze, die von einem Block  $b$  abgeben wird.

$c_b m_b (T_b - T_{equil}) = c_w m_w (T_{equil} - T_w) + \lambda_w m_w$  (Wärmeenergie des Blocks wird in increase of  $T_w$  und in Zustandsänderung des Wassers geführt,  $T_{equil} = 100^\circ c$ ) da Wasser dort bei Normaldruck anfängt zu kochen.

### 12.2 Carnot-Prozess

skizze T-S Diagramm:

Carnot ist ein Rechteck (oben links start 1-4 im Uhrzeigersinn)- isotherm - adiab. - isotherm - adiab.

$dQ = TdS$  Integral  $\Rightarrow Q_{12} = \Delta T_H = (S_2 - S_1)T_H$

using energy on rectangle, loosing energy under rectangle

Wirkungsgrad:  $\eta = \frac{W}{Q_{12}} = \frac{Q_{12} - Q_{34}}{Q_{12}} = 1 - \frac{Q_{34}}{Q_{12}} = 1 - \frac{T_H}{T_L}$

## Altklausuraufaben

**Atwoodsche Maschine:**

Wenn Rollen nicht Masslos und so:

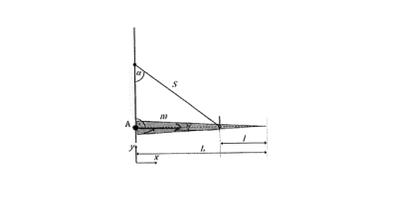
An der Rolle wirken 2 Drehmomente, einmal die Seilkraft oben (die auch block 1 zieht) und einmal die Seilkraft nach unten, die den Block  $m_2$  hält.

**Statik, Balken:**

$F_z = F_g$

Und  $F_x = F_s$  Wobei man  $F_s$  über eine Drehmomentsbilanz erhält.

**Plattform**



Man weiß nur  $F_s$ . Angaben soll man Kräfte auf Gelenk A.

→  $F_x$  ist einfach Seilkraftanteil  $F_x = F_s \sin(\alpha)$

→ Richtung von  $F_y$  kennen wir, also nur Betrag fehlt, diesen Erhalten wir

durch Summe aller Kräfte:  $F_y = mg - \cos \alpha$

## Umlaufbahn und so

→ Mit Energien ( $E_{kin}$  und  $E_{pot}$ ) auf geschwindigkeit.

→ Mit Kräfte auf beschleunigung

## Stirling Motor

Wirkungsgrad:  $\epsilon = \frac{|\Delta W^1}{Q_{zu}}$ , das heißt bei Stirling ist  $Q_{zu}$  nur während der ersten Isothernen expansion, und die Arbeit nur während der isochoren prozesse:

Am Ende: $\epsilon = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$

**Trägheitsmoment**

Trägheitsmomente sind additiv bezüglich der selben achse, Satz von Steiner, darauf achten immer die Richtigen Massen Und radien zu verwenden!!!

**WICHTIGE TRÄGHEITSMOMENTE:**

a)		Eine Punktmasse im Abstand r um eine Drehachse.	$I = mr^2$
b)		Ein Zylindermantel, der um seine Symmetrieachse rotiert, für eine Wandstärke $d \ll r$ .	$I \approx mr^2$ ]]]
c)		Ein Vollzylinder, der um seine Symmetrieachse rotiert.	$I = \frac{1}{2} mr^2$ ]]]

Kugel:  $\frac{2}{5} MR^2$

Dünnr Stab im Massenmittelpunkt:  $\frac{1}{12} ML^2$

Dünnr Stab am Ende:  $\frac{1}{3} ML^2$

## Selim-altklausur

## Anfahren

→ Benötigte Kraft ist

$$F = \underbrace{Ma}_{\text{Kraft für endgeschwindigkeit}} + \underbrace{Mg \sin(\beta)}_{\text{Fg kompensieren}}$$

dabei ist  $a = \frac{v}{\Delta t}$

## Katzensprung

Katze hat die Relativgeschwindigkeit v, also im Laborsystem:  $v_{katze} = v - v_1$  Dabei ist  $v_1$  die geschwindigkeit des schlitrens, wie er sich wegbe- wegt.

Impulserhaltung während dem Absprung:  $mv_{katze} = Mv_1$  Das auflösen

Danach Impulserhaltung nach LAndung:  $mv_{katze} = (M + m)v_2$

## Wandkran/Balken

→ Drehmomentsbilanz ( $F_s = 0.5 \tan(\alpha) Mg$ ), wenn Seil gerade und Winkel azwischen Wand und Balken)

## Weltraumschrott

→ Impulserhaltung  $v' = \frac{m}{M+m} v$  InelastischerStoß, energie ist nicht er- halten.

→  $L_1 = L_2 \Rightarrow xmv = l\omega$ ;  $\omega = \frac{2\pi}{T}$

## Atwood

→ Statischer Fall.  $F_s = m_2 g$

→  $m_1 a = F_s$ ;  $m_2 a = m_2 g - F_s$  Nach a auflösen

### Luftblase

→ Wir wissen  $\rho_0 V_0 = nRT_0$  weiter können wir mit der gleichen Formel die Stoffmenge bestimmen, also  $nR$  mit anderen Anfangsbedingungen:

$nR = \frac{p_1 V_1}{T_1}$ , dann muss man nur noch den Druck am Boden des Sees bestimmen mit der Forlem für Hydrostatischen Druck:  $p = p_0 + \rho g \Delta h$

### Venturiedüse

→ Nutzen zuerst die Kontiuitätsgleichung  $A_1 v_1 = A_2 v_2$  und dann Bernouille gleichungen, um auf einen Ausdruck von  $v_1$  ( $\rho$ ,  $\Delta p$ ) zu kommen

→ Dann für  $\dot{V} = A_1 v_1$  einsetzen. Aufpassen welche Durchmesser und Geschwindigkeiten zusammenhängen.

### Kreisprozess:

Isochorer Prozess hat kein Delta W aber verliert Wärmeenergie Der isothermeprozess leistet arbeit und bekommt wärmeenergie Bei der b) einfach dei Arbeitsintegrate:

Arbeit bei Adiabotscher veränderung:  $p_1 V_1^\gamma = pV^\gamma$

## 2007

### geostationärer statelit

Über die Zeit gehen, die der Satelit pro umdrehung braucht (1Tag)

$v = \frac{2\pi R_s}{T}$  Und mit  $F_{pot} = F_z$

Wichtig noch:  $g = \frac{GM}{R^2}$  mit G=Gravi und M Masse der Erde.

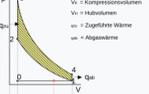
## Kettenkarussell

Kräfte:  $F_s$ = Seilkraft  $F_g$ =Gravitation  $F_C$ =zentripetal ( $F_C$  resultiert aus  $F_s$

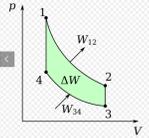
und  $F_g$ )  $F_C = \frac{mv^2}{R}$ ,  $v = \omega \cdot R$

## Kreisprozesse:

Ottomotor:



Stirling Motor:



Carnot Prozess:

